

[1] 次の問いに答えなさい。

(1) 次の計算の  $\square$  にあてはまる数を答えなさい。

$$(\square - 0.75) \div 3.125 + \frac{1}{3} = 0.6$$

$$(\square - \frac{3}{4}) \div 3\frac{1}{8} = \frac{3}{5} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{4}{15}$$

$$(\square - \frac{3}{4}) = \frac{4}{15} \times \frac{25}{8}$$

$$= \frac{5}{6}$$

$$\square = \frac{5}{6} + \frac{3}{4} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}$$

(2) 次のように、ある規則に従って数を並べていきます。

1組    2組    3組    4組

$\left| 1, \right| 2, 1, 2, \left| 3, 2, 1, 2, 3, \left| 4, 3, 2, 1, 2, 3, 4, \left| 5, 4, 3, 2, 1, 2, 3, \dots \right. \right.$

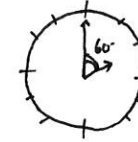
このとき、最初から数えて2020番目の数を答えなさい。

$$45 \text{組} \text{まで} \quad 45 \times 45 = 2025 \text{コ}$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & 2020 & & & & 2025 \\ & & \underline{40} & \cdot & 41 & \cdot & 42 & \cdot & 43 & \cdot & 44 & \cdot & 45 \end{array}$$

(3) 2時から3時までの間に時計の長針と短針のつくる角度の大きさが50度になるの

は2時  $\square$  分です。  $\square$  にあてはまる数をすべて答えなさい。



$$(60 - 50) \div (6 - 0.5) = 1\frac{9}{11}$$

$$(60 + 50) \div (6 - 0.5) = 20$$

[2] 2つのボタン A, B がついた, 数を表示する機械があります。この機械の最初の状態では 3 が表示されており, ボタンを押すことによって, 次のように表示される数が変わります。

ボタン A を押すと, 押す前に表示されていた数に 3 を加えた数が新しく表示される。  
 ボタン B を押すと, 押す前に表示されていた数に 3 をかけた数が新しく表示される。

たとえば, 最初の状態からボタン A を押すと 6 が表示され, 次に B を押すと 18 が表示され, さらに A を押すと 21 が表示されます。

このとき, 次の問いに答えなさい。

(1) 最初の状態から, 順に B, B, A, A, B, A とボタンを押したとき, 最後に表示される数を答えなさい。

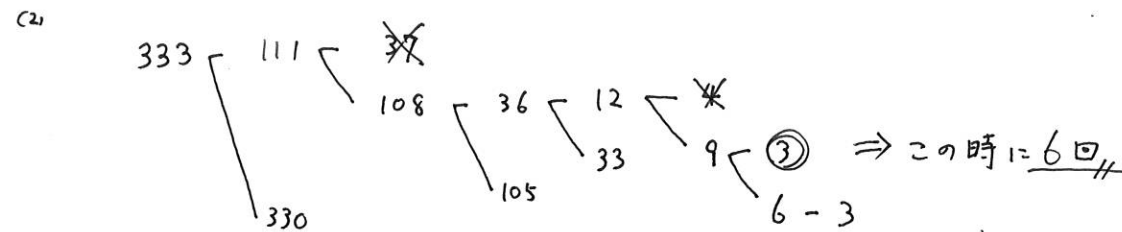
$$3 \cdot 9 \cdot 27 \cdot 30 \cdot 33 \cdot 99 = \underline{102}$$

(2) 最初の状態から何回かボタンを押して, 最後に 333 が表示されるようなボタンの押し方のうち, ボタンを押す回数が最も少ないのは何回ですか。

$$\underline{6}$$

(3) 最初の状態から 6 回ボタンを押して, 最後に偶数が表示されるようなボタンの押し方は全部で何通りありますか。

(4) 最初の状態から何回かボタンを押して, 最後に 36 が表示されるようなボタンの押し方は全部で何通りありますか。



(3)  
 A ... 偶・奇が逆になる  
 B ... 偶・奇はそのまま

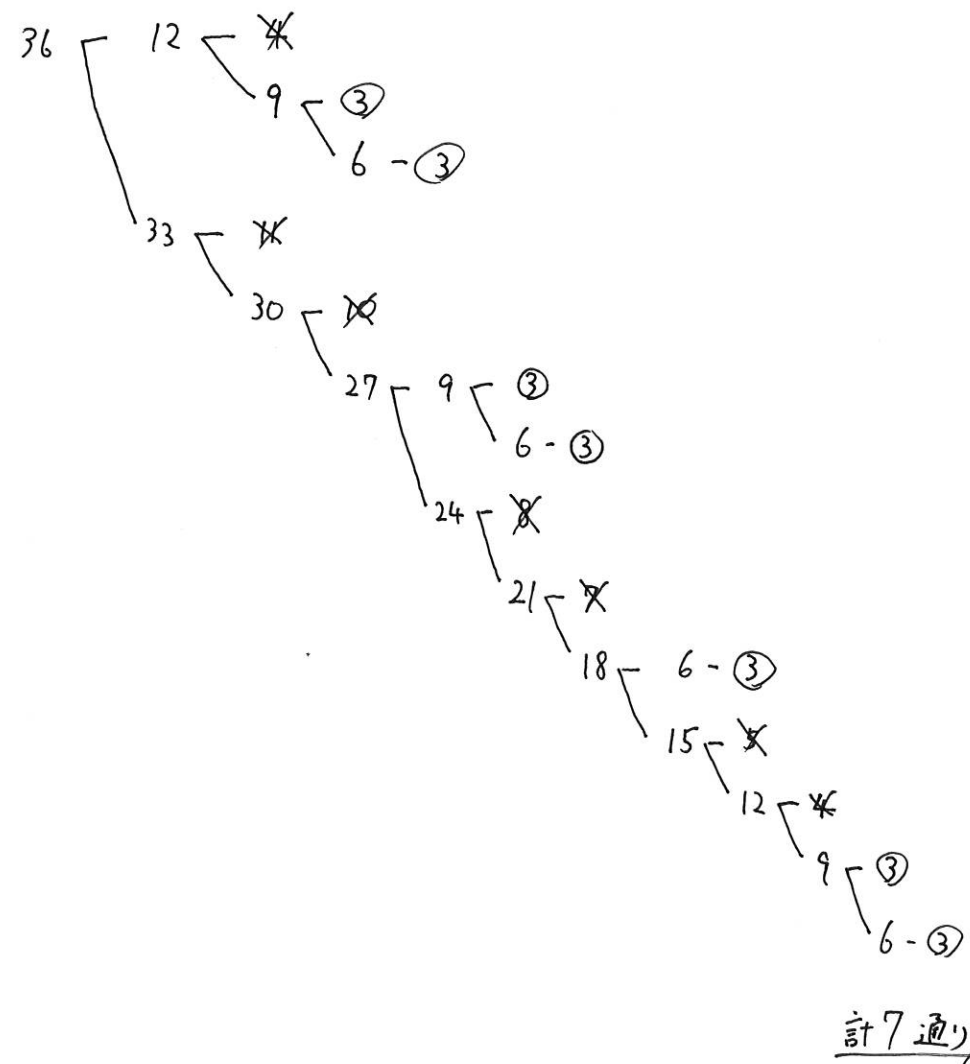
$$(A, B) = (1, 5) \Rightarrow 6 \text{ 通り}$$

$$(3, 3) \Rightarrow 6(3 = 20 \text{ 通り})$$

$$(5, 1) \Rightarrow 6 \text{ 通り}$$

$$\underline{\text{計 } 32 \text{ 通り}}$$

(4)

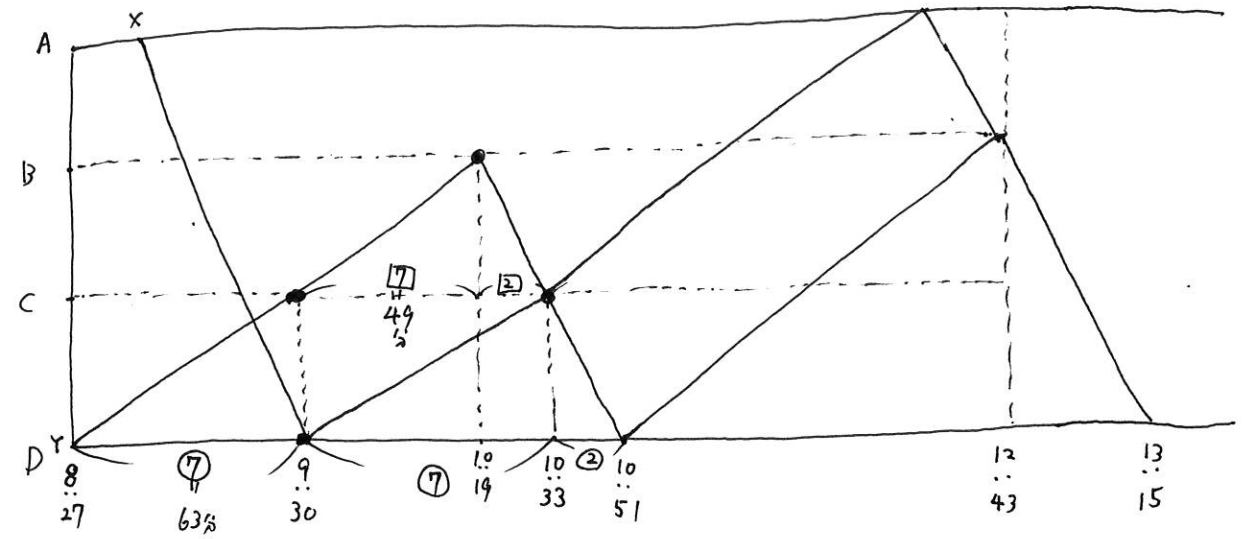


【3】 ある川の上流から順に、A, B, C, D の4地点があり、船 X は AD 間を、船 Y は DB 間を往復します。船 X, Y は間の地点や折り返す地点ではとまらず、到着するとすぐに出発します。

ある日、午前8時27分に船 Y が D 地点から B 地点に向かって出発し、その何分か後に、船 X が A 地点から D 地点に向けて出発しました。船 X と船 Y がすれ違った後、船 Y は C 地点を通過し、それと同時に船 X は D 地点に到着しました。船 X はすぐに折り返して出発したところ、B 地点で折り返してきた船 Y と、午前10時33分に C 地点ですれ違いました。さらに、船 X は A 地点で折り返すと、D 地点で折り返してきた船 Y と B 地点で出会いました。

船 X と船 Y の速さは等しく、上りは時速 2 km、下りは時速 7 km で進むものとして、次の問いに答えなさい。

- (1) BC 間と CD 間の距離の比を、最も簡単な整数比で答えなさい。
- (2) 船 X が初めて D 地点に到着した時刻は午前何時何分ですか。
- (3) 船 Y が初めて D 地点に戻ってきた時刻は午前何時何分ですか。
- (4) 船 X が初めて A 地点を出発した時刻は午前何時何分ですか。



$$\begin{aligned}
 \textcircled{14} &= 126 \text{分} \\
 \textcircled{1} &= 9 \text{分} \text{ 上り} \quad 8:27 + 9 \times 7 = \underline{9:30} \text{分} \dots (2) \\
 & \quad 10:33 + 9 \times 2 = \underline{10:51} \text{分} \dots (3) \\
 \textcircled{9} &= 63 \text{分} \text{ 上り} \\
 \textcircled{11} &= 7 \text{分} \\
 BC:CD &= 49:63 \\
 &= \underline{7:9} \text{分} \dots (1) \\
 AD \text{ の往復に} & 13:15 - 9:30 = 3:45 \\
 & = 225 \text{分} \\
 225 \times \frac{2}{7+2} &= 50 \text{分} \dots \text{下り} \\
 9:30 - 0:50 &= \underline{8:40} \text{分} \dots (4)
 \end{aligned}$$

[4] 下の図1のような1辺の長さが10 cm の立方体 ABCD-EFGH について、次の問いに答えなさい。

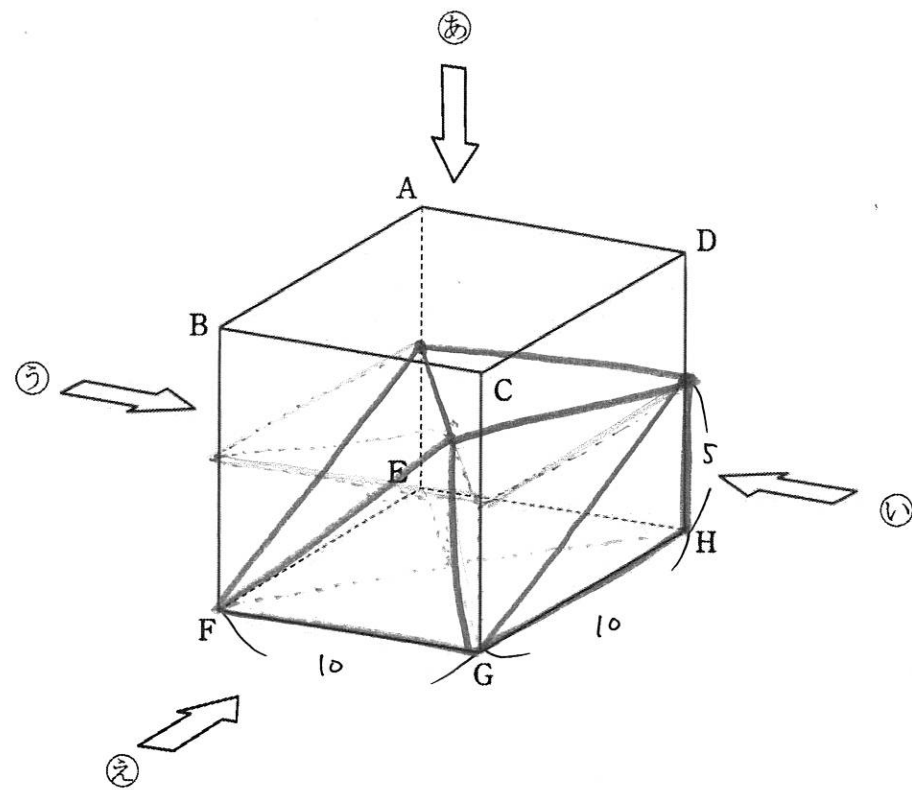


図1

(1) 立方体の辺上または内部の点 P, Q, R をとって、7つの点 P, Q, R, E, F, G, H を頂点とし、三角形 PQR, 正方形 EFGH といくつかの多角形を面にもつ立体 X を考えます。この立体 X を (a) の方向から見ると図2, (i) の方向から見ると図3, (e) の方向から見ると図4のように見えます。図3, 図4で P と Q は重なって見えていて、辺 DH の真ん中の点とも重なって見えます。また、R は辺 DG に重なって見えます。

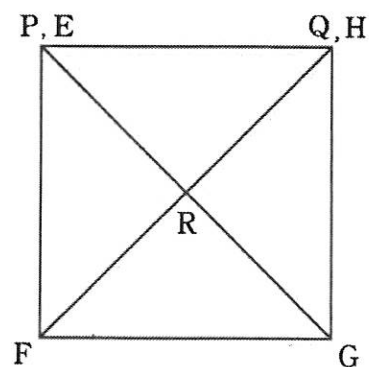


図2

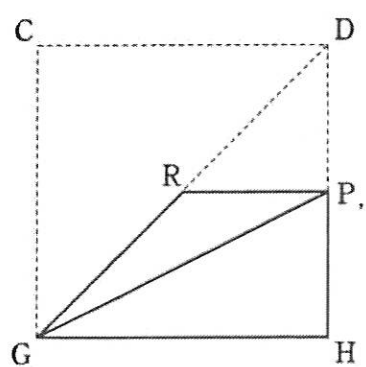


図3

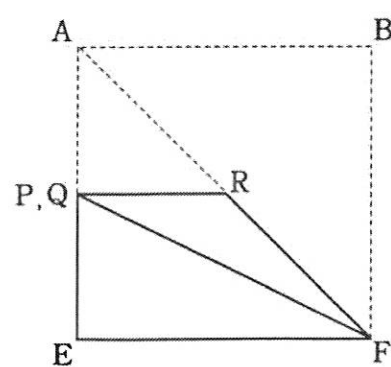


図4

(1-7)

(ア) 立体 X を図1の (え) の方向から見たときの図を解答欄にかきなさい。

(イ) 立体 X の面の数はいくつですか。 8面

(ウ) 立体 X の体積は何 cm<sup>3</sup> ですか。  $10 \times 10 \times 5 - \frac{10 \times 5}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{2}{1} - 10 \times 5 \times 5 \times \frac{1}{3}$   
 $= 500 - \frac{500}{3} = \frac{1000}{3} = 333\frac{1}{3} \text{ cm}^3$

(2) 立方体の内部に2点 S, T をとり、図1の (a) と (i) の方向からこの2点を見ると、図5のように見えます。2つの図で S, T は正方形の対角線を3等分する点とします。

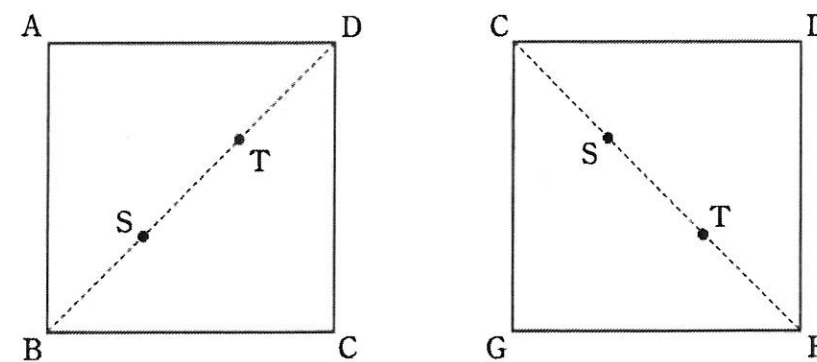
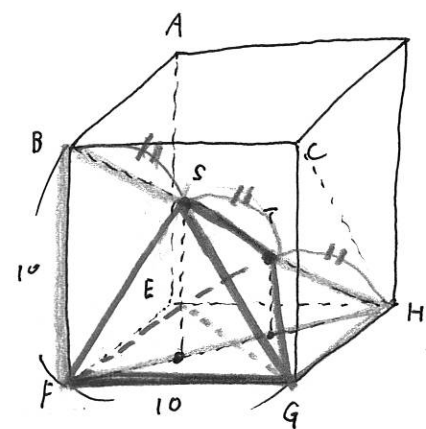


図5

このとき、4点 F, G, T, S を頂点とする立体 Y の体積は何 cm<sup>3</sup> ですか。

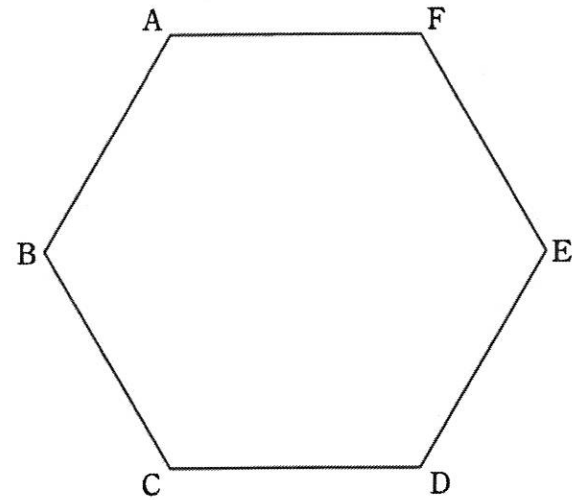


$$10 \times 10 \times \frac{1}{2} \times 10 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{500}{9} = 55\frac{4}{9} \text{ cm}^3$$

(1-8)

[5] 下の図のような面積が  $1 \text{ cm}^2$  の正六角形 ABCDEF があります。この正六角形の周上または内部に点 P をとります。このとき、6 つの三角形 PAB, PBC, PCD, PDE, PEF, PFA の面積について、次の問いに答えなさい。ただし、たとえば点 P が辺 AB 上にあるとき、三角形 PAB の面積は  $0 \text{ cm}^2$  と考えます。



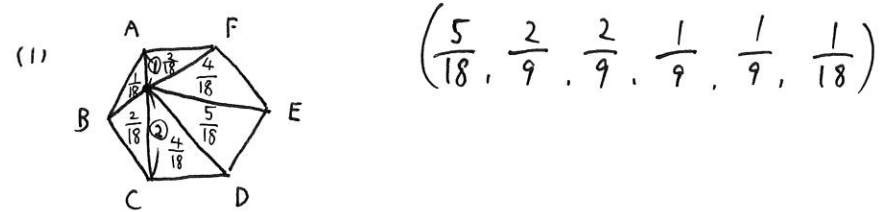
(1) 直線 AC を  $AP : PC = 1 : 2$  に分ける点を P とするとき、6 つの三角形の面積の値を、大きさの順ですべて答えなさい。

たとえば、6 つの三角形の面積が、 $\frac{1}{3} \text{ cm}^2, \frac{1}{5} \text{ cm}^2, \frac{1}{7} \text{ cm}^2, \frac{1}{5} \text{ cm}^2, \frac{1}{6} \text{ cm}^2, \frac{1}{4} \text{ cm}^2$  のときは、大きさの順に  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7})$  と答えるものとします。

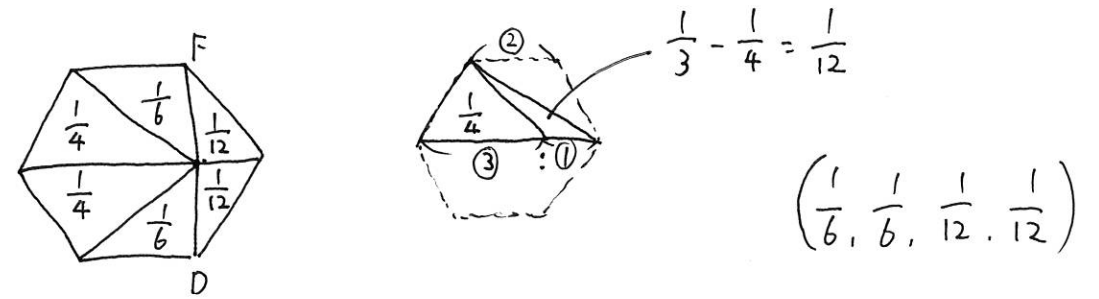
(2) 正六角形の周上または内部のある位置に点 P をとったとき、6 つの三角形の面積のうち、2 つが  $\frac{1}{4} \text{ cm}^2$  となりました。このとき、残り 4 つの三角形の面積の値の組として考えられるものを、それぞれ大きさの順ですべて答えなさい。

たとえば、残りの 4 つの三角形の面積が、 $\frac{1}{3} \text{ cm}^2, \frac{1}{5} \text{ cm}^2, \frac{1}{7} \text{ cm}^2, \frac{1}{5} \text{ cm}^2$  のときは、大きさの順に  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7})$  と答えるものとします。

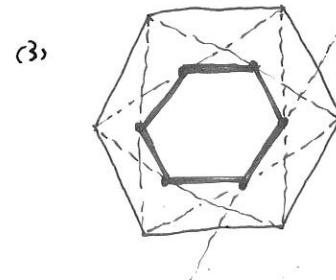
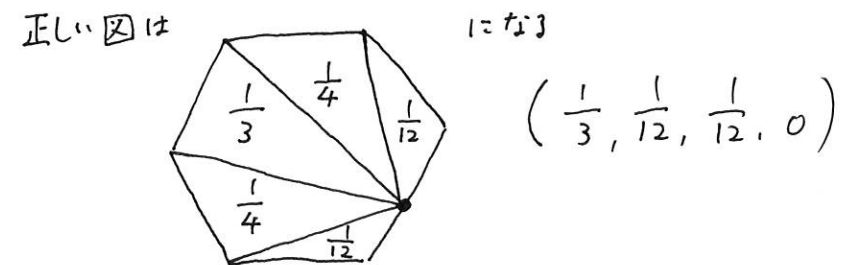
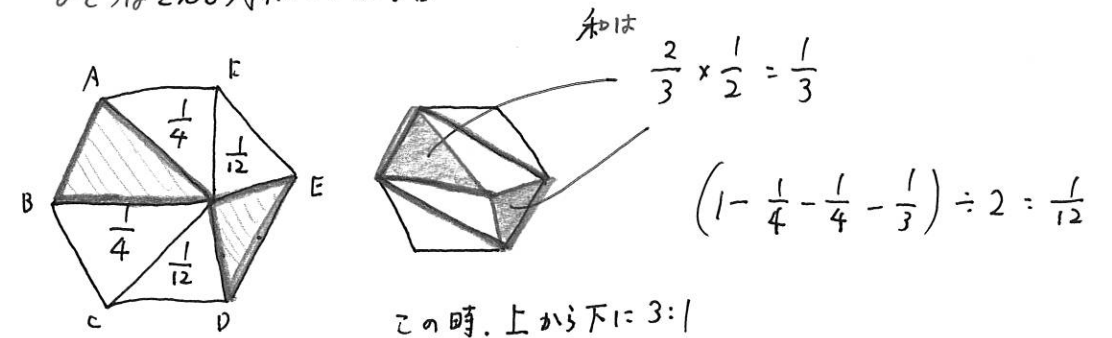
(3) 正六角形の周上または内部のある位置に点 P をとったとき、6 つの三角形の面積のうち、一番大きいものが  $\frac{1}{4} \text{ cm}^2$  となりました。このとき、点 P の位置として考えられる点が描く図形を解答欄にかき、その図形の特徴と大きさや位置について言葉で説明しなさい。



(2) となりあう場合



ひとつはさんで対称になる場合



となりあう場合から の 6 本の点から、ひとつはさんで対称になる場合の  $\frac{1}{3}$  を小さくすることで この線上、対称性を利用して左のような正六角形 ABCDEF を、中心と向きを変えず、辺の長さが  $\frac{1}{2}$  倍になるようにした正六角形。